

光波在一维光子晶体中传播行为的数值研究

卜涛, 李福利, 冯宇

(西安交通大学理学院, 710049, 西安)

摘要: 由 Kronig-Penney 模型导出了光波在一维光子晶体中传播的群速度的解析表达式, 利用传输矩阵法对一维光子晶体的色散关系和群速度分布特征进行了数值研究. 结果表明, 光波在光子晶体中传播的群速度与光子带隙结构及色散特性有着密切的联系, 光子导带内的群速度为有限值, 在光子禁带的边缘, 群速度迅速减小而趋于 0, 光的传播具有显著的带边延迟效应. 同时, 在反常色散区, 群速度为负值, 光的传播表现出明显的超光速现象. 光子晶体的结构参数直接影响光波在光子晶体中的群速度.

关键词: 光子带隙; 光子晶体; 传输矩阵法; 群速度

中图分类号: TN204 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2007)02-0200-04

Numerical Simulation to Propagation of Optical Waves Through One-Dimensional Photonic Crystals

Bo Tao, Li Fuli, Feng Yu

(School of Sciences, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The group velocity of optical waves through one-dimensional photonic crystals is investigated based on Kronig-Penney model, whose exact analytic expression is derived via the transfer matrix method. The dispersion relation and the characteristics of group velocity distribution are discussed. The simulated result indicates that the group velocity within the allowed bands is finite real number, but near the bandgap edge the group velocity reduces rapidly and approaches zero to demonstrate an exceedingly long optical length and much delay time in the photonic crystal. Especially, within the anomalous dispersion regions, the superluminal propagation at a negative group velocity arises obviously, and the group velocity is affected by the dielectric layer thickness ratio and refraction index contrast remarkably.

Keywords: photonic bandgap; photonic crystal; transfer matrix method; group velocity

光子晶体是一种具有周期性结构、以光子禁带为根本特征的新型光学材料, 能量处在光子禁带内的电磁波不能在光子晶体中传播. 自从 Yablono-vitch^[1] 和 John^[2] 提出光子晶体的概念以来, 光子晶体一直是光子学的研究热点. 利用光子晶体禁带结构有效地控制及操纵光子的运动, 可以制造光子晶体微谐振腔^[3]、光子晶体光纤^[4]等新型器件. 把具有不同禁带结构的光子晶体组合起来, 还可以获得与半导体超晶格及量子阱相似的光子晶体量子阱^[5],

这对于开发高性能、高集成度的光子器件有着积极的意义. 光在光子晶体中的群速度是描述光波在光子晶体中传播行为的基本物理量, 也是衡量光或电磁波与光子晶体相互作用产生物理效应的一个重要指标. 本文利用传输矩阵方法, 通过 Kronig-Penney 模型^[6]对一维光子晶体中光波的群速度进行了数值模拟研究. 结果表明, 光波在光子晶体中传播的群速度与光子带隙结构及光子晶体的色散性质密切相关, 在光子禁带和导带群速度的频率分布特征有显

著的不同,因此不同频率的入射光波在通过光子晶体时表现出不同的传播行为。

1 物理模型与分析

一维光子晶体通常由折射率及几何厚度不同的介质材料交替排列构成,由于存在多个介质界面,光在光子晶体中的传播类似于电子在晶体势场中的运动,因而可采用固体能带理论中的 Kronig-Penney 模型进行分析,模型如图 1 所示. 设垂直于光子晶体表面的方向为 x 轴,考虑由两种各向同性、均匀无吸收介质(折射率分别为 n_1 和 n_2 ,几何厚度分别为 a 和 b)组成的一维光子晶体, d 是一个基本周期的几何厚度,其折射率分布函数为

$$n(x) = \begin{cases} n_1 & x \in (b/2, a+b/2) + md \\ n_2 & x \in (-b/2, b/2) + md \end{cases} \quad (1)$$

$$d = a + b \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

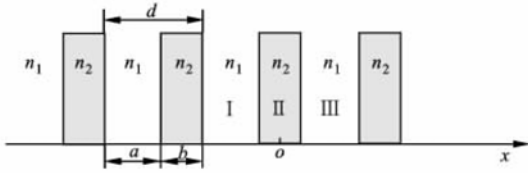


图 1 一维光子晶体的 Kronig-Penney 模型

设频率为 ω 的单色平面波沿 x 轴方向入射到光子晶体表面,则沿 x 轴方向的一维波动方程为

$$\frac{d^2 E(x)}{dx^2} + \frac{\omega^2 n^2(x)}{c^2} E(x) = 0 \quad (2)$$

式中: c 为真空中的光速. 一维波动方程的一般解可以写成左行波和右行波的叠加,令参数 $\alpha = n_1 \omega / c$, $\beta = n_2 \omega / c$,在区域 I、II 和 III 中解的形式为

$$E_I(x) = A e^{i\alpha x} + B e^{-i\alpha x} \quad (3a)$$

$$E_{II}(x) = H e^{i\beta x} + F e^{-i\beta x} \quad (3b)$$

$$E_{III}(x) = C e^{i\alpha x} + D e^{-i\alpha x} \quad (3c)$$

式中: A, B, C, D, H, F 等系数可由边界条件确定. 由于光子晶体结构具有平移对称性,根据 Bloch 定理^[6],上述各解满足以下关系

$$E(x+d) = e^{ikd} E(x) \quad (4)$$

式中: k 为 Bloch 波矢.

由于波动方程的各个解在区域 I-II 及区域 II-III 的交界上连续且可导,利用光在介质中的传输矩阵^[7],可以得到矩阵方程组

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \quad (5a)$$

$$\begin{bmatrix} C e^{i\alpha d} \\ D e^{-i\alpha d} \end{bmatrix} = e^{ikd} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \quad (5b)$$

式中: $\mathbf{T}$ 为传输矩阵, $\mathbf{T}$ 的各矩阵元分别为

$$M_{11} = [\cos(\beta b) + i\eta \sin(\beta b)/2] e^{-i\alpha b} \quad (6a)$$

$$M_{12} = -M_{21} = i\mu \sin(\beta b)/2 \quad (6b)$$

$$M_{22} = [\cos(\beta b) - i\eta \sin(\beta b)/2] e^{i\alpha b} \quad (6c)$$

其中

$$\eta = \alpha/\beta + \beta/\alpha; \mu = \beta/\alpha - \alpha/\beta$$

解矩阵方程组可得光子晶体中波矢为 k 的传播模式应满足的色散关系式为

$$k(\omega) = \frac{1}{d} \arccos \left[\cos\left(\frac{n_1 \omega a}{c}\right) \cos\left(\frac{n_2 \omega b}{c}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2}{n_1} \right) \sin\left(\frac{n_1 \omega a}{c}\right) \sin\left(\frac{n_2 \omega b}{c}\right) \right] \quad (7)$$

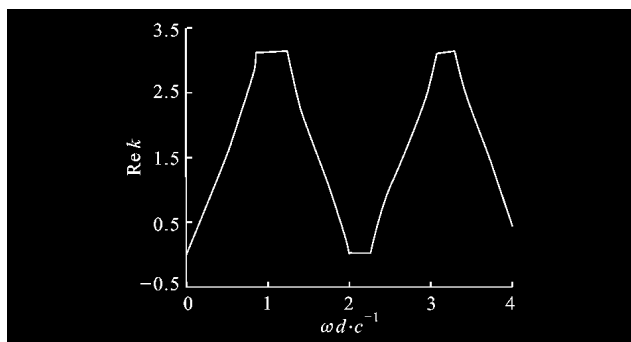
根据群速度的定义 $v_g = (dk/d\omega)^{-1}$,由式(7)可得,光子晶体中的群速度应为

$$v_g = \left[1 - \left[\cos\left(\frac{n_1 \omega a}{c}\right) \cos\left(\frac{n_2 \omega b}{c}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2}{n_1} \right) \sin\left(\frac{n_1 \omega a}{c}\right) \sin\left(\frac{n_2 \omega b}{c}\right) \right]^2 \right]^{1/2} d / \left\{ \cos\left(\frac{n_1 \omega a}{c}\right) \sin\left(\frac{n_2 \omega b}{c}\right) \cdot \left[\left(\frac{n_2 b}{c} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{n_1 a}{c} \right) \left(\frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2}{n_1} \right) \right] + \sin\left(\frac{n_1 \omega a}{c}\right) \cos\left(\frac{n_2 \omega b}{c}\right) \cdot \left[\left(\frac{n_1 a}{c} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{n_2 b}{c} \right) \left(\frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2}{n_1} \right) \right] \right\} \quad (8)$$

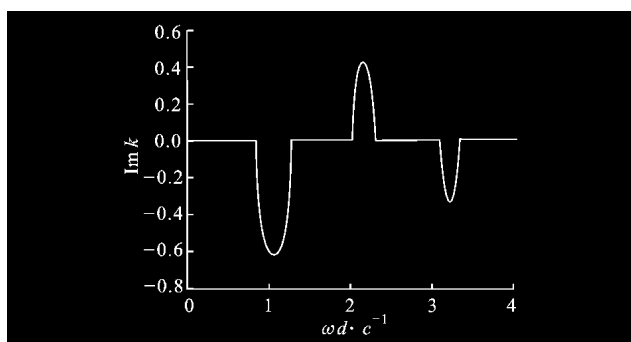
2 数值计算及讨论

考虑由两种介质规则排列构成的一维光子晶体,其介质折射率 $n_1 = 2.4$ (TiO₂), $n_2 = 4.6$ (聚苯乙烯),几何厚度 $a = 0.75d$ 和 $b = 0.25d$. 一般来说,色散关系式中的波矢 k 是一个复量,当 k 为实数时,相应的频率范围为光子导带或透射带,该频率范围内的入射光波对应于光子晶体中的传播模式. 当 k 为虚数时,相应的频率范围为光子禁带,该频率范围内的入射光波被截止. 波矢 k 的实部和虚部随无量纲因子 $(\omega d/c)$ 的变化曲线如图 2a、图 2b 所示,光子晶体的色散曲线如图 2c 所示. 该结构光子晶体的第 1、第 2 和第 3 光子禁带分别在 $0.86 \leq \frac{\omega d}{c} \leq 1.26$ 、 $2.01 \leq \frac{\omega d}{c} \leq 2.26$ 及 $3.08 \leq \frac{\omega d}{c} \leq 3.30$ 的区间内,入

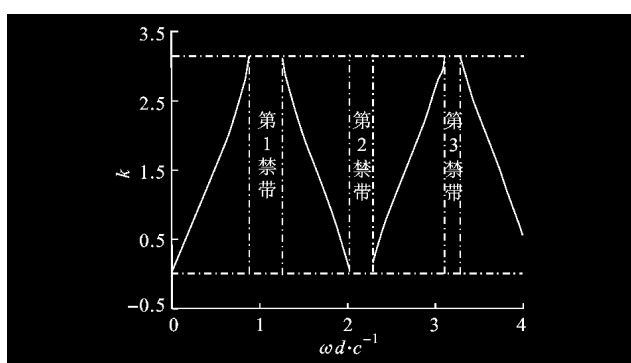
射光频率处于这些区间内的电磁模式被禁止传播. 与各禁带相邻的其他区间为透射带, 对应于允许在光子晶体中传播的各电磁模式. 在第1、第3透射带, k 随入射光频率 ω 的增大而单调递增, 相应的频率区间为正常色散区. 在第2、第4透射带, k 随入射光频率 ω 的增大而单调递减, 相应的频率区间为反常色散区.



(a) 实部



(b) 虚部



(c) 光子晶体色散曲线

图2 一维光子晶体中波矢 k 及光子晶体色散曲线

图3是入射光在该结构光子晶体中的群速度的频率分布图像, 图中阴影区域表示3个光子禁带. 计算结果显示, 光子禁带内的群速度为纯虚数, 表明频率处于禁带内的入射光在通过光子晶体时迅速衰减, 而频率处于透射带内的入射光相应的群速度为实数, 且相邻透射带的群速度总是呈相反的符号. 除

第1透射带外, 随着入射光频率的增大, 群速度的数值均呈抛物线型变化, 并且在各透射带中段达到极大值. 入射光在光子晶体中的传播行为与光子晶体的色散特性有着密切的联系, 在正常色散区, 群速度均为正的有限值, 且各透射带群速度极大值都低于真空中的光速 c , 说明入射光在光子晶体中以较慢的速度传播. 在反常色散区, 群速度甚至变为负的有限值, 负的群速度表明在入射光进入光子晶体之前就穿过了光子晶体, 提前出现在光子晶体出射端, 入射光的传播表现出明显的超光速现象. 在靠近光子禁带的边缘, 群速度迅速减小而趋于0, 因此当入射光的频率接近禁带边缘时, 光波的传播要比入射光处于透射带时明显减慢, 这种带边延迟效应是产生零阈值带边激光的理论基础. 由于光子禁带边缘的光子局域效应十分显著, 易获得较高的光增益, 这对于一些非线性光学过程的进行非常有利. 显然, 光波在光子晶体中传播的群速度与光子带隙结构以及光子晶体的色散性质密切相关, 群速度在光子禁带和导带的频率分布特征有显著的不同.

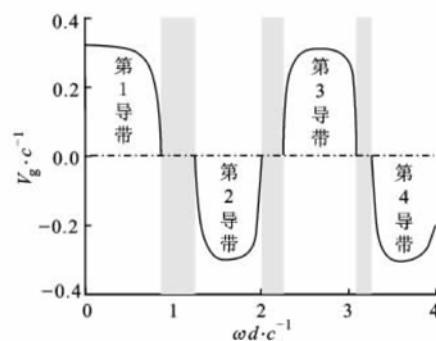
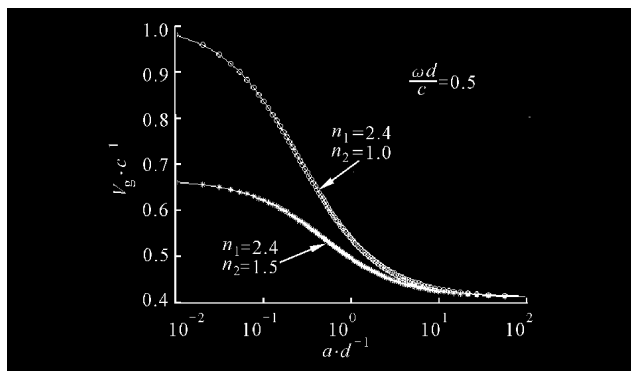


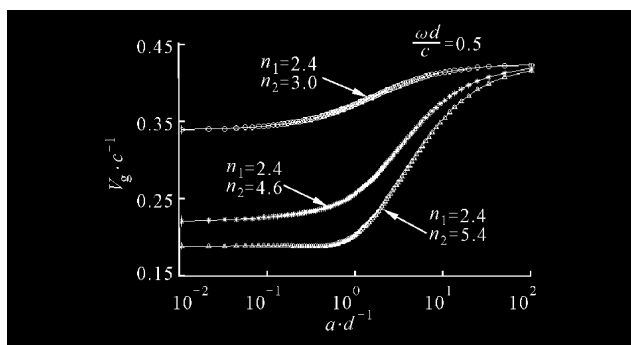
图3 一维光子晶体中群速度的频率分布

对于不同介质组合, 光子晶体群速度随介质几何厚度比 (a/b) 变化的数值模拟结果如图4所示. 为了便于比较, 介质1固定为 TiO_2 ($n_1=2.4$), 介质2选定后, 折射率比 n_1/n_2 为恒定值, 介质厚度比 a/b 由低到高连续渐变. 在图4a中, 第1组合介质1为高折射率介质, 介质2为低折射率介质(空气、冕玻璃), 其折射率分别为1.0和1.5. 在图4b中, 第2组合介质1为低折射率介质, 介质2为高折射率介质(Sb_2S_3 、聚苯乙烯和 PbTe), 其折射率分别为3.0、4.6和5.4. 由图4a可见, 当 $\frac{n_1}{n_2} > 1$ 时, 群速度随着介质厚度比 a/b 的增大而递减, 折射率差值 Δn 越大, 群速度减小的幅度也越大. 当 $\frac{n_1}{n_2} < 1$ 时, 如图4b所示, 群速度随着介质厚度比 a/b 的增大而递

增,折射率差值 Δn 越大,群速度增大的幅度就越大.在这两种情形中,当 $a \gg b$ 时,群速度的差异越来越小,在数值上趋于一致.由以上计算结果可知,组成光子晶体的介质折射率越悬殊,群速度的变化就越显著,光子晶体的结构参数直接影响到光子晶体中的群速度,因此可通过控制光子晶体的结构参数对光通过光子晶体的群速度进行调制,从而有效地调制入射光场和光子晶体的相互作用时间.



(a)第1组合



(b)第2组合

图4 群速度随介质厚度比变化曲线

3 结论

本文利用传输矩阵方法对光波在一维光子晶体中的传播行为进行了数值模拟.研究表明,光波在一维光子晶体中传播的群速度与光子带隙结构存在着密切的联系,在光子禁带和导带群速度的频率

分布有显著的不同,同时光子晶体的色散特性和结构参数直接影响到光波在光子晶体中传播的群速度.利用这些特征可以有效地调制入射光场和光子晶体的相互作用时间,在抑制自发辐射、实现零阈值激光器等方面得到广泛的应用.本文的研究结果将为光学延迟线等光子晶体器件的设计提供有益的理论参考和依据.

参考文献:

- [1] Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics[J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(20):2059-2062.
- [2] John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices [J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(23):2486-2489.
- [3] 欧阳征标, 许桂雯, 孙一翎, 等. 光子晶体微谐振腔的调谐特性[J]. 光电子·激光, 2005, 16(4):399-402.
- [4] 娄淑琴, 简伟, 任国斌, 等. 一种新结构的高双折射光子晶体光纤[J]. 光电子·激光, 2005, 16(11):1265-1269.
- [5] Lou Shuqin, Jian Wei, Ren Guobin, et al. A novel high birefringence photonic crystal fiber[J]. Journal of Optoelectronics Laser, 2005, 16(11):1265-1269.
- [6] Yano S, Segawa Y, Bae J S, et al. Quantized state in a single quantum well structure of photonic crystals [J]. Phys Rev: B, 2001, 63(15):153316.
- [7] 方俊鑫, 陆栋. 固体物理学 [M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1980.
- [7] Liu Nianhua. Defect modes of stratified dielectric media [J]. Phys Rev: B, 1997, 55(7):4097-4100.

(编辑 杜秀杰)

我校获 2006 年度高等学校科学技术奖 7 项

2006 年度高等学校科学技术奖(教育部科学技术奖)的推荐申报、评审工作已经结束,目前授奖项目已经公告,我校有 7 项获奖,其中一等奖 4 项,二等奖 3 项,在全国普通高校中列第 7 位,也是我校连续第 5 年获教育部提名国家科学技术奖,位居全国高校前 10 位.

(黄忠德)